

Parte III

Struttura generale di un sistema di misura

Capitolo 6

Struttura generale di un sistema di misura

L'obiettivo di un sistema di misura è quello di fornire all'osservatore un'indicazione sullo stato di un sistema fisico.

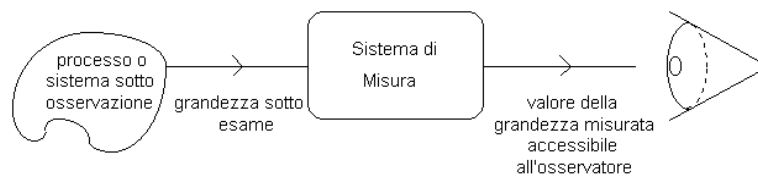


Figura 6.1:

In un sistema di misura possiamo distinguere, in generale, 4 parti:

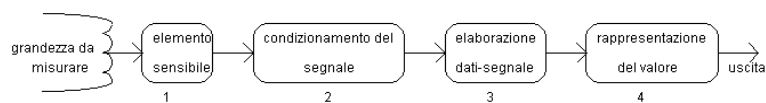


Figura 6.2:

Esempio : accelerometro

6.1 Caratteristiche statiche di un sistema di misura

- *Campo* (range) : valori tipici, massimi e minimi, dell'ingresso e dell'uscita ; $I_{min}, I_{max}, O_{min}, O_{max}$.

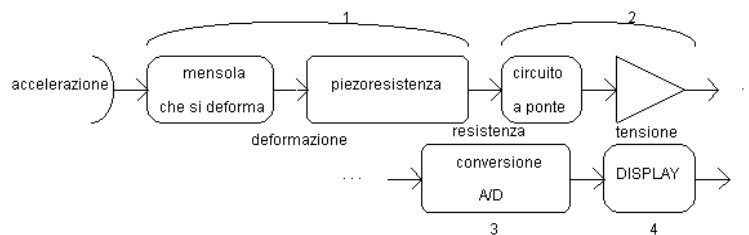


Figura 6.3:

- In generale si vorrà una *relazione I/O lineare* :

$$O - O_{min} = k(I - I_{min})$$

$$k = \frac{O_{max} - O_{min}}{I_{max} - I_{min}}$$

$$\text{ovvero } O = kI + a \quad a = O_{min} - kI_{min}$$

- In presenza di non linearità, possiamo definire uno *scostamento dalla relazione lineare* = $N(I)$.

$$N(I) = O(I) - (kI + a)$$

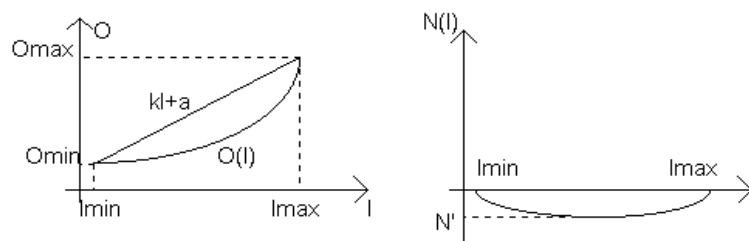


Figura 6.4:

$$\text{massima non linearità} = \frac{N'}{O_{max} - O_{min}} \%$$

- Sensibilità $\frac{\Delta O(I)}{\Delta I}$

- Fattori ambientali : temperatura ambiente, pressione, umidità...

- Effetto modificante : effetto tale da influenzare la costante 'k' nella relazione lineare.

- Effetto interferente : effetto tale da influenzare il parametro 'a' nella relazione lineare.

6.2 Tipi di misurazioni

Con il termine misurazione indichiamo il procedimento con il quale arrivare alla misura (che invece è il risultato dell'operazione di misurazione).

Misurare una grandezza vuol dire trovare in che rapporto essa si trova rispetto ad una grandezza di riferimento.

La grandezza di riferimento è chiamata "unità di misura".

- - $\hat{g} = g[\hat{g}]$
- \hat{g} = grandezza fisica da misurare

- g =misura in forma di numero
- $[\hat{g}]$ =unità di misura (grandezza dello stesso tipo di g)

Esempio

- $\hat{g} = 1.5\text{Volt}$
- \hat{g} =grandezza incognita, $g=1.5, [\hat{g}] =\text{Volts}$

L'interpretazione diretta della definizione di misura si riferisce alle "misurazioni dirette" o "di confronto" o "relative".

Un esempio di misura diretta o per confronto si ha nelle misure di tensione con il metodo potenziometrico : confronto "diretto" tra la tensione incognita V_x e di riferimento V_{ref} .

Nota : nel confronto diretto il confronto non è sempre fatto rispetto all'unità di misura, ma, frequentemente, si impiegano grandezze campione o *campioni*, grandezze di valore noto con precisione.

Lo schema di misurazione è il seguente $\hat{g}_c = g_c[\hat{g}] \Rightarrow \hat{g} = n\hat{g}_c = ng_c[\hat{g}]$ essendo la prima uguaglianza una misura di g rispetto al campione, la seconda rispetto all'unità di misura.

(un esempio di campione è la pila di Weston : $1.08130V \pm 1\mu V, 20^0C$)

Con riferimento a leggi (geometriche e) fisiche si può esprimere il valore di una grandezza in funzione di altre grandezze fisiche.

Si parla di *misurazioni indirette* : il confronto non avviene tra grandezze fisiche della stessa specie.

- $\hat{y} = \hat{y}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots)$
- La relazione $\hat{y}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots)$ esprime una definizione fisica accurata (velocità= $\frac{\text{spazio}}{\text{tempo}}$, $R = \frac{\text{tensione}}{\text{corrente}}$)
- \hat{y} =grandezza da misurare
- $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots$ =grandezze (di tipo diverso da y) oggetto di misurazione

Si hanno *misurazione mediante strumenti tarati* quando il valore g della grandezza misurata è disponibile sull'indice dello strumento. La corrispondenza tra posizione dell'indice e valore di g è stabilita in fase di costruzione (taratura) dello strumento, in relazione a strumenti tarati e/o a campioni ("catena di tracciabilità").

6.3 Misure ed errori

Intendiamo per errori le cause che fanno sì che l'indicazione della misura non corrisponda esattamente alla grandezza da misurare.

Esistono concetti distinti :

- 1) errori della procedura / strumenti di misura; i risultati della misurazione possono essere diversi se si ripete la procedura di misurazione.
- 2) variazioni incontrollate della grandezza \hat{g} (fluttuazioni).

Consideriamo solo i primi.

- a) *Precisione* di misura: ripetibilità e consistenza dei risultati della misurazione: g_1, g_2, g_3, \dots
 - $R = \frac{V}{i}$ $i = \text{"vera"}$, $V = v_R + \text{caduta sull'amperometro}$
 - \Rightarrow errore sistematico
 - $\Delta g = \frac{g_{i-\max} - g_{i-\min}}{2}$
 - Δg è tanto più piccola quanto più lo strumento è preciso (ne quantifica la precisione).
- b) *Accuratezza* : differenza tra il valore misurato ed il valore "vero" (definizione accettabile per fluttuazioni trascurabili).

accuratezza \neq precisione

6.3.1 Sorgenti di errore

- errori sistematici
- errori casuali
- errori grossolani

Errori sistematici

Un errore è sistematico se, fissate le condizioni sperimentali, in grandezza e segno ha la stessa influenza sul risultato della misura.

Esempio

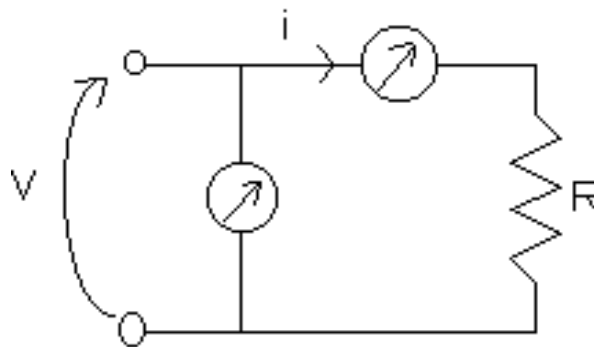


Figura 6.5:

$$R = \frac{V}{i} \quad i = \text{"vera"} \quad V = v_R + \text{caduta sull'amperometro}$$

⇒ errore sistematico

Errori casuali

Errori la cui influenza sulla misura può cambiare in grandezza e segno se si ripete la procedura di misurazione.

(Nota : le condizioni ambientali sono sorgenti di errori casuali se non vengono monitorate o se non si conosce la loro influenza sulla grandezza da misurare, diversamente possono essere sorgenti di errore sistematico).

Errori grossolani

Riguardano l'operatore o guasti dello strumento.

Risultato di una misurazione

La distinzione tra errori sistematici ed errori casuali si riflette sulla distinzione tra accuratezza e precisione. L'accuratezza è influenzata da tutti gli errori, la precisione è influenzata dagli errori casuali (quelli sistematici non contribuiscono alla variazione dei risultati).

Vediamo come si esprime il risultato di una misura.

$$g = g_{medio} \pm \Delta g$$

Nel caso di strumenti tarati Δg è indicato come valore percentuale del fondo scala.

Si definisce *errore limite* : (accuratezza Tale specificazione di errore vale per qualsiasi valore di g , ovvero l'influenza relativa dell'errore dello strumento cresce al diminuire di g :

errore relativo = $\frac{\text{errore limite}}{g} = \frac{(\text{acc.}\%)\cdot(\text{fondoscala})}{g} \Rightarrow$ per questo si cerca di usare gli strumenti in prossimità del fondoscala.

Una scrittura più completa è la seguente: errore limite : (accuratezza (per esempio nei voltmetri digitali la specificazione dell'errore tiene conto di un errore fisso pari alla cifra meno significativa) Convenzionalmente si impiega l'indicazione della misura senza evidenziare Δg , indicando la misura soltanto fino alla cifra meno significativa influenzata dall'errore Δg .

Esempio

- Misura = 13.57V \Rightarrow la terza cifra decimale è influenzata dall'errore, quelle indicate no.
- 13.570 \neq 13.57 (!!)
- Nel primo numero indicato la cifra influenzata dall'errore è la quarta decimale.

6.4 Propagazione degli errori

Vediamo come si impiegano i risultati della misura in presenza di errore.

Data $y(x_1, x_2, x_3, \dots)$, come $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ influenzano la determinazione di y ?

$$\Delta y = (\text{per errori infinitesimi}) = \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial y}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots$$

Stima pessimistica (worst case): noi conosciamo i moduli, quindi sommiamo i contributi in modulo:

$$|\Delta y| = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_3} \right| |\Delta x_3| + \dots$$

Esempio

- somma $S = a + b$ $\Delta S = \Delta a + \Delta b$
- differenza $D = a - b$ $\Delta D = \Delta a + \Delta b$
- prodotto $P = ab$ $\Delta P = b\Delta a + a\Delta b$
- quoziente $Q = a/b$ $\Delta Q = (a\Delta b + b\Delta a)/b^2$

Esempio

- $y = a^n b^m c^p \dots$ $\Delta y = |n a^{n-1} b^m c^p| \Delta a + \dots$
- $\frac{\Delta y}{y}$ = effetto relativo nella propagazione dell'errore = $n \frac{\Delta a}{a} + m \frac{\Delta b}{b} + p \frac{\Delta c}{c} + \dots$
- L'errore relativo risultante dipende dall'errore relativo più grande tra a, b, c, ...